# 1 Analiza rozkładu

## 1.1 Miary położenia

1. Średnia arytmetyczna
$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_i x_i = \frac{1}{N}\sum_i x_i n_i = \sum_i x_i w_i$$
gdzie $n_i$ to liczba wystąpień $x_i$, a $w_i$ - częstość wystąpień (waga).
2. Średnia geometryczna
$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 ... x_n}^n$$
3. średnia harmoniczna
$$\bar{x} = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum_i \frac{1}{x_i}}$$
4. moda (dominanta): wartość występująca najczęściej (o największej wartości funkcji gęstości prawdopodobieństwa)
5. mediana: wartość, od której połowa obserwacji jest mniejsza i połowa - większa v
6. kwartyle i kwantyle: kwantyl rzędu $\frac{i}{j}$ - taka liczba, że $\frac{i}{j}$ wyników jest mniejsza od tej liczby. Kwartyle 1 ($q_1$) i 3 ($q_3$) to odpowiednio kwantyle rzędu 1/4 i 3/4.

## 1.2 Miary zróżnicowania

1. wariancja (moment centralny rzędu 2):
$$\sigma = \frac{1}{N}\sum_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N}\sum_i n_i (x_i - \bar{x})^2$$
lub
$$\sigma = \sum_i w_i (x_i - \bar{x})^2$$
2. odchylenie standardowe średniej:
$$s = \sqrt{(\sigma)}$$
3. rozstęp: różnica między największą i najmniejszą wartością wyników
4. rozstęp ćwiartkowy:
$$IQR = q_3 - q_1$$
5. odchylenie ćwiartkowe:
$$o = \frac{IQR}{2}$$

## 1.3 Miary asymetrii i koncentracji

1. moment centralny rzędu 3:
$$M_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^3 n_i$$
2. współczynniki skośności:
   (a)
   $$A_d = \frac{\mu - d}{s}$$
   (b)
   $$A_m = 3\frac{\mu - d}{s} = 3A_d$$
   (c)
   $$A_Q = \frac{Q_1 + Q_3 - 2m}{2_Q}$$
3. Współczynnik asymetrii
$$A = \frac{M_3}{s^3}$$

# 2 Przyrosty i Indeksy

## 2.1 Przyrosty

1. przyrost absolutny:
$$\Delta_{t/c} = y_t - y_c$$
2. przyrost łańcuchowy absolutny rzędu pierwszego:
$$\Delta_t = y_t - y_{t-1}$$
3. przyrost absolutny łańcuchowy rzędu a:
$$\Delta_{t/c}(a) = y_t - y_{t-a}$$
4. przyrost względny o podstawie stałej:
$$d_{t/c} = \frac{y_t - y_c}{y_c} = \frac{Delta_{t/c}}{y_c} = I_{t/c} - 1$$
5. przyrost względny o podstawie łańcuchowej:
$$d_{t/c} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{Delta_t}{y_{t-1}} = I_t - 1$$
6. średni przyrost absolutny:
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{n}\Delta_t = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

## 2.2 Indeksy

7. Indeksy jednopodstawowe:
$$I_t/c = \frac{y_t}{y_c} \cdot 100\%$$
8. Indeksy łańcuchowe:
$$I_t/c = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$$
9. tempo przyrostu
$$T = \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1\right) \cdot 100\%$$
10. średni indeks wzrostu (łańcuchowy wskaźnik dynamiki):
$$\bar{i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1}\frac{y_3}{y_2}...\frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$
11. średnie tempo wzrostu:
$$\bar{T} = (\bar{i} - 1) \cdot 100\%$$

## 2.3 Indeksy cen i wartości

12. $q_t$ ilość dóbr w chwili t,
13. $q_0$ - ilość dóbr w okresie podstawowym,
14. $p_t$ ceny jednostkowe dóbr w okresie t,
15. $p_0$ - ceny jednostkowe dóbr w okresie podstawowym.
16. $q_{ti}$ ilość dóbr i-tego rodzaju w chwili t,
17. $q_{0i}$ - ilość dóbr i-tego rodzaju w okresie podstawowym,
18. $p_{ti}$ ceny jednostkowe dóbr i-tego rodzaju w okresie t,
19. $p_{0i}$ - ceny jednostkowe dóbr i-tego rodzaju w okresie podstawowym.
20. $w_{ti} = p_{ti}q_{ti}$ - wartość sprzedaży i-tego towaru w t-tym okresie,
21. $w_t = \sum_i w_{ti}$ - wartość sprzedaży łącznie w t-tym okresie
22. $h_i = \frac{p_{ti}}{p_{0i}}$ - indeks indywidualny zmiany ceny i-tego towaru
23. $g_i = \frac{q_{ti}}{q_{0i}}$ - indeks indywidualny zmiany ilości sprzedawanego i-tego towaru
24. $I = \frac{w_t}{w_0}$ - indeks zmian wartości sprzedaży,
25. agregatywny indeks cen Laspayersa:
$${}_LI_p = \frac{\sum_t q_0 p_t}{\sum_t q_0 p_0} \cdot 100\%$$
,$({}_LI_p - 1) \cdot 100\%$ - wzrost wartości sprzedaży po zmianie cen przy tej samej sprzedaży co w okresie podstawowym,
26. agregatywny indeks wartości Laspayersa:
$${}_LI_q = \frac{\sum_t q_t p_0}{\sum_t q_0 p_0} \cdot 100\%$$
,$({}_LI_q - 1) \cdot 100\%$ - wzrost wartości sprzedaży po zmianie ilości sprzedanych towarów tej samej cenie co w okresie podstawowym,
27. agregatywny indeks cen Pashego:
$${}_LI_p = \frac{\sum_t q_t p_t}{\sum_t q_t p_0} \cdot 100\%$$
,$({}_PI_p - 1) \cdot 100\%$- wzrost wartości sprzedaży po zmianie cen przy tej samej sprzedaży co w okresie bieżącym,
28. agregatywny indeks wartości Pashego:
$${}_LI_q = \frac{\sum_t q_t p_t}{\sum_t q_0 p_t} \cdot 100\%$$
,$({}_LI_q - 1) \cdot 100\%$ - wzrost wartości sprzedaży po zmianie ilości sprzedanych towarów tej samej cenie co w okresie bieżącym,

## 2.4 związki między indeksami

1. $I = {}_LI_p {}_PI_q$
2. $I = {}_LI_q {}_PI_p$
3. Indeksy Fishera:
   (a) ${}_FI_p = \sqrt{{}_LI_p {}_PI_p}$
   (b) ${}_FI_q = \sqrt{{}_LI_q {}_PI_q}$

# 3 Prognozowanie

## 3.1 Regresja i trend liniowy

1. Współczynnik kierunkowy i wyraz wolny:
$$\hat{a} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(t-\bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(t-\bar{t})^2} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(t-\bar{t})y_t}{\sum_{t=1}^{n}(t-\bar{t})^2}$$
$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{t}$$
2. wariancja resztowa
$$S_e^2(Y) = \frac{\sum_i (y_i - \hat{y_i})^2}{n-k}$$
, w przypadku regresji liniowej $k = 2$:
3. współczynnik zmienności przypadkowej:
$$v_e = \frac{S_e}{\bar{y}} \cdot 100\%$$
4. współczynnik zbieżności:
$$\varphi^2 = \frac{(n-k)S_e^2}{n\sigma(Y)}$$
5. współczynnik determinacji:
$$R^2 = 1 - \varphi^2$$
6. prognoza:
$$y_{t_p} = \hat{a}T + \hat{b}$$
, z odchyleniem od rzeczywistej wartości pronozowanej $y_T$:
$$U_T = y_T - y_{T_p} > S_e(Y)$$

## 3.2 Średnie ruchome

1. nieparzysta liczba składników:
$$\bar{y_t}(k) = \frac{1}{k}\sum_{i=t-(k-1)/2}^{t+(k-1)/2} y_i$$
2. parzysta liczba składników:
$$\bar{y_t}(k) = \frac{1}{2k}y_{t-k+1} + \frac{1}{k}\sum_{i=t-k+2}^{t+k-2} y_i + \frac{1}{2k}y_{t+k-1}$$
3. prognoza:
$$y_T(k) = \frac{1}{k}\sum_{t=n-k+1}^{n} y_t$$